

УДК 371.214.114

В. Д. Швець,
кандидат хімічних наук

**ПРОГРАМУВАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ
СТУДЕНТІВ З ОСОБЛИВИМИ ПОТРЕБАМИ
ЗА ДОПОМОГОЮ ДРУКОВАНОЇ ОСНОВИ
ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ**

В статтє представлено учебно-методическое пособие для студентов с нарушениями слухового аппарата, которое используется для обучения студентов в интегрированных группах. Особенностью пособия является алгоритмизация учебной деятельности на основе принципа системного подхода в обучении.

The article representates the exercise-book with printed basic for education of disability students in the integration groups. There are the algorithms for tasks created on basic of system method of education.

Актуальність роботи. Вимоги, що їх ставить до навчального процесу підписання Україною Болонської декларації [1; 2], стимулює пошук нових підходів до організації професійної освіти. Однією з них є забезпечення такого рівня освіти, який надав би студентові можливість самостійно навчатись упродовж усього життя. Як відзначено в [3], головною умовою отримання такого рівня освіти є фундаменталізація її на стадії професійно-технічного навчання. Це складна задача, для розв'язку якої пропонуються інтерактивні та інноваційні технології [4–6]. Одним із інноваційних методів навчання природничих дисциплін, зокрема фізики, є алгоритмізація навчального процесу, яка може бути представлена або у вигляді графів [7–9], або у вигляді зошитів з друкованою основою, в яких наводиться словесний опис алгоритму розв'язку задач

[10—12]. Особливого значення ці питання набувають у процесі навчання людей з особливими потребами, зокрема, з порушенням функцій слухового апарату, в інтегрованих групах студентів [13].

Мета роботи полягає у презентації навчально-методичного посібника «Елементи електродинаміки», який може бути застосований для дистанційного навчання, зокрема людей з особливими потребами, для організації самостійної роботи студентів. Посібник створений на основі принципу системного підходу в навчанні. Зокрема запропонована методика розв'язування задач у першому і третьому розділах посібника ґрунтується на тій основі, що потік вектора зміщеної електричного поля через замкнену поверхню чи циркуляція вектора напруженості магнітного поля по замкненому контуру не дорівнює нулю, якщо поверхня чи контур охоплюють ненульове джерело поля у вигляді системи зарядів або струмів. Звідси випливає єдина методика розв'язування задач, ґрунтована на двох кроках: на першому кроці знаходиться потік вектора зміщення електричного поля чи циркуляція вектора напруженості магнітного поля за означенням цих величин; на другому кроці величини прирівнюються до величини джерела поля у вигляді системи зарядів або струмів.

Застосування такого підходу до розв'язку задач формує єдині методи мислення, застосовувані для відтворення кінцевого результату, і допомагає зменшити кількість формул, потрібних для запам'ятовування.

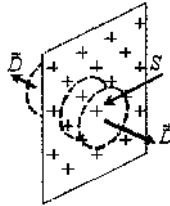
Під час розв'язування задач другого розділу також застосована єдина методика розрахування електричних кіл, заснована на застосуванні методів матричної алгебри. Розв'язок задач на розрахування кількостей теплоти, що виділяється в колі, ґрунтується на використанні методів інтегрального та диференціального числення, що дозволяє розширити діапазон задач у разі, коли має місце нелінійний характер зміни сили струму в колі.

Презентований навчально-методичний посібник сприяє формуванню стійких навичок розв'язку задач розділу «Електродинаміка». Посібник складається з трьох розділів: «Теорема Гауса», «Постійний струм», «Теорема про магнітну напругу».

Розділ 1. Теорема Гауса

Приклад 1.1. По нескінченній площині рівномірно розподілений заряд з поверхневою густиною $\sigma = 7 \text{ нКл/м}^2$. Визначити напруженість електричного поля.

Дано:
 $a = 7 \text{ нКл/м}^2$



Розв'язання:

1) виділимо ділянку нескінченної площини і оточимо її замкненою циліндричною поверхню з площею основи S ;

2) знайдемо потік вектора зміщення через поверхню циліндра, враховуючи, що потік вектора зміщення через бічну поверхню циліндра дорівнює нулю: $N = D \cdot 2S$, де S — площа основи циліндра.

Згідно з теоремою Гауса цей потік дорівнює заряду, обмеженому по-

верхнею: $D \cdot 2S = \sigma S$. Із останньої рівності випливає, що $D = \frac{\sigma}{2}$
 і $E = \frac{D}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}$, $E = \frac{7 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 395 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right)$.

Приклад 1.2. На металевій сфері радіусом $R = 10 \text{ см}$ знаходиться заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Визначити напругу E електричного поля в точках:

- а) на відстані $r_x = 8 \text{ см}$ від центра сфери;
- б) на її поверхні;
- в) на відстані $r_2 = 15 \text{ см}$ від центра сфери.

Дано:	СИ
$R = 10 \text{ см}$	$= 10^{-1} \text{ м}$
$Q = 1 \text{ нКл}$	$= 10^{-9} \text{ Кл}$
$r_1 = 8 \text{ см}$	$= 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$r_2 = 15 \text{ см}$	$= 1,5 \cdot 10^{-1} \text{ м}$
$E(r_1) \sim ?$	
$E(R) \sim ?$	
$E(r_2) \sim ?$	

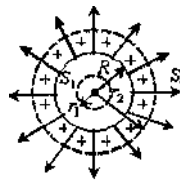


Рис. 1.2. Електричне поле рівномірно зарядженої сфери

Розв'язання:

Через те, що заряд розподілений по сфері рівномірно, електрич-

не поле є сферично симетричним, напруженість поля і зміщення напрямлені вздовж радіуса сфери. Для всіх точок сферичної поверхні, концентричної до даної, модуль вектора напруженості (і, відповідно, зміщення) є постійним.

Випадок а). Потік вектора зміщення через сферичну поверхню радіусом r_1 дорівнює $N_1 = \oint_{S_1} D_n ds_1 = D \cdot 4\pi \cdot r_1^2$. Згідно з теоремою Гауса цей потік дорівнює заряду, охопленому поверхнею S_1 , але через те, що заряд сконцентрований на сфері більшого радіуса: $R > r_1$, заряд усередині сфери r_1 дорівнює нулю. Тоді: $D \cdot 4\pi \cdot R^2 = Q$, звідки $E = 0$; $D = 0$.

Випадок б). Потік вектора зміщення через поверхню S радіусом R дорівнює $N = \oint_S D_n ds = D \cdot 4\pi \cdot R^2$. Заряд, охоплений поверхнею S , дорівнює Q . Згідно з теоремою Гауса $D \cdot 4\pi \cdot R^2 = Q$, звідки $D = \frac{Q}{4\pi \cdot R^2} = 7,96 \left(\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2} \right)$, $E = 899 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right)$.

Випадок в). Потік вектора зміщення через сферичну поверхню S_2 радіусом r_2 дорівнює $N_2 = \oint_{S_2} D_n ds_2 = D \cdot 4\pi \cdot r_2^2$. Заряд, охоплений поверхнею S_2 , дорівнює Q .

Згідно з теоремою Гауса $D \cdot 4\pi \cdot r_2^2 = Q$,

$$D = \frac{Q}{4\pi \cdot r_2^2} = 3,5 \left(\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2} \right), \quad E = 395 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right).$$

Приклад 1.3. Ебонітова суцільна куля радіусом $R = 5$ см рівномірно заряджена з об'ємною густиною заряду $\rho = 10 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^3}$. Визначити напруженість і зміщення електричного поля в точках: а) на відстані $r_1 = 3$ см від центра кулі; б) на поверхні кулі; в) на відстані $r_2 = 10$ см від центра кулі.

Дано:	СІ
$R = 5 \text{ см}$	$= 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$\rho = 10 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^3}$	$= 10^{-8} \frac{\text{нКл}}{\text{м}^3}$
$r_1 = 3 \text{ см}$	$= 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$r_2 = 10 \text{ см}$	$= 10^{-1} \text{ м}$



$$E(r_1) - ? \quad D(r_1) - ?$$

$$E(R) - ? \quad D(R) - ?$$

$$E(r_2) - ? \quad D(r_2) - ?$$

Рис. 1.3. До визначення напруженості рівномірно зарядженої кулі

Розв'язання:

Через те, що заряд розподілений рівномірно, електричне поле є сферично симетричним з радіально направленими напруженістю і зміщенням.

Випадок а). Потік вектора зміщення через сферичну поверхню S_1 радіусом r_1 , дорівнює: $N_1 = \oint_{S_1} D_n ds_1 = D \cdot 4\pi \cdot r_1^2$. Згідно з теоремою Гауса цей потік дорівнює заряду, який знаходиться всередині сферичної поверхні радіусом r_1 . Для його розрахування

використаємо об'ємну густину заряду ρ : $Q_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$. Застосовуючи теорему Гауса, отримуємо: $D \cdot 4\pi \cdot r_1^2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$; звідси:

$$D = \frac{\rho \cdot r_1}{3} = \frac{10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{3} = 0,1 \left(\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2} \right). \quad \text{Врахувавши, що } D = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot E,$$

$$\text{розрахуємо } E: E = \frac{\rho \cdot r_1}{3 \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0} = \frac{10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 3,77 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right).$$

Випадок б). Потік вектора зміщення через сферичну поверхню S радіусом R дорівнює: $N = \oint_S D_n ds = D \cdot 4\pi \cdot R^2$. Заряд, обмежений

поверхнею S , дорівнює: $Q = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$. Згідно з теоремою Гауса

$$D \cdot 4\pi \cdot R^2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3; \text{ звідси: } D = \frac{\rho \cdot R}{3} = \frac{10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{3} = 16,7 \left(\frac{\text{нКл}}{\text{м}^2} \right).$$

Напруженість поля на поверхні сфери з боку внутрішнього об'єму сфери дорівнює: $E' = \frac{\rho \cdot R}{3 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_n} = 629 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right)$. Напруженість поля на поверхні сфери з наріжної сторони сфери: $E'' = \frac{\rho \cdot R}{3 \cdot \varepsilon_0} = 1887 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right)$.

Випадок в). Оточимо кулю концентричною їй сферою радіусом r_2 і розрахуємо потік вектора зміщення через поверхню:

$$N_2 = \oint_{S_2} D_n ds_2 = D \cdot 4\pi \cdot r_2^2. \text{ Заряд, охоплений поверхнею } S_2, \text{ дорівнює}$$

$$Q: Q = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3. \text{ За теоремою Гауса } D \cdot 4\pi \cdot r_2^2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3; \text{ звідси}$$

$$D = \frac{\rho \cdot R^3}{3r_2^2} = \frac{10^{-8} \cdot 125 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} = 41,67 \cdot 10^{-12} \left(\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right). \text{ Напруженість поля:}$$

$$E = \frac{\rho \cdot R^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2^2} = 4,71 \left(\frac{\text{В}}{\text{м}} \right).$$

Приклад 1.4. Поверхня прямого металевого стержня довжиною $l = 4$ м і діаметром $d = 5$ см рівномірно заряджена зарядом $q = 500$ нКл. Визначити напруженість E поля в точках, що знаходяться на відстані $a = 1$ см від його бічної поверхні.

Дано:	СІ
$l = 4$ м	$= 4$ м
$d = 5$ см	$= 5 \cdot 10^{-2}$ м
$q = 500$ нКл	$= 5 \cdot 10^{-7}$ Кл
$a = 1$ см	$= 10^{-2}$ м
$E = ?$	

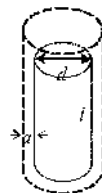


Рис. 1.4. До визначення напруженості електричного поля рівномірно зарядженого прямого металевого стержня

Розв'язання:

1) побудуємо соосний зі стержнем циліндр довжиною l і радіусом $r = \frac{d}{2} + \alpha$ і знайдемо потік вектора зміщення через поверхню побудованого циліндра. Він дорівнює потоку вектора зміщення через його бічну поверхню через те, що вектор \vec{D} паралельний до площини основи циліндра. Окрім того, модуль вектора зміщення \vec{D} постійний у всіх точках бічної поверхні. Тоді потік N : $N = \oint_{S_2} D_n ds_2 = D \cdot 2\pi \cdot l \cdot r$. Згідно з теоремою Гаусса потік вектора зміщення через замкнуту поверхню, що оточує заряд, дорівнює заряду, оточеному поверхнею: для даного випадку $q = D \cdot 2\pi \cdot r \cdot l$. тоді $D = \frac{q}{2\pi \cdot r \cdot l}$. Врахувавши, ще $D = \frac{E}{\epsilon \cdot \epsilon_0}$, розрахуємо E :

$$E = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q}{2l} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1\right) \cdot 10^{-2} \cdot 4} = 64,2 \left(\frac{\text{кВ}}{\text{м}}\right).$$

Завдання для самостійної роботи

Завдання 1.1. Дві нескінченні паралельні площини знаходяться на відстані $d = 0.5$ см одна від одної. На площинах рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною $\sigma_1 = 0,2 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$; $\sigma_2 = -0,3 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$. Визначити різницю потенціалів між пластинами.

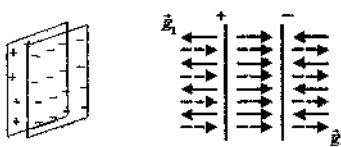
Дано:	СІ	
$\sigma_1 = 0,2 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$	=	
$\sigma_2 = -0,3 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^2}$	=	
$\Delta\varphi$ -?		<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> a) b) </div>

Рис. 1.5. До визначення різниці потенціалів між пластинами

Вказівки до розв'язання

Кожна з пластин створює власне електричне поле напругою \vec{E}_1 і \vec{E}_2 відповідно. Згідно з принципом суперпозиції напруженість довільної точки простору визначається векторною сумою \vec{E}_1 і \vec{E}_2 :

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Як впливає з рис. 1.6, напруженість у просторі поза пластинами дорівнює різниці $E = E_1 + E_2$, а напруженість між пластинами дорівнює арифметичній сумі E_1 і E_2 : $E = E_1 + E_2$.

1. Для визначення напруженостей E_1 і E_2 скористайтесь виразом для напруженості поля площини (приклад 1.1) і знайдіть $E = E_1 + E_2$.

2. Для визначення різниці потенціалів скористайтесь градієнтним співвідношенням між напруженістю і потенціалом, інтегруючи його в межах від $r_1 = 0$, $r_2 = d$.

Завдання 1.2. Дві концентричні металеві заряджені сфери радіусами $R_1 = 6$ см і $R_2 = 10$ см несуть заряди $q_1 = 1$ нКл і $q_2 = 0,5$ нКл відповідно. Знайти напруженість поля в точках, які знаходяться на відстані; з) $r_1 = 5$ см; б) $r_2 = 9$ см; в) $r_3 = 15$ см від центра сфер.

Дано:

$$R_1 = 6 \text{ см}$$

$$R_2 = 10 \text{ см}$$

$$q_1 = 1 \text{ нКл}$$

$$q_2 = 0,5 \text{ нКл}$$

$$r_1 = 5 \text{ см}$$

$$r_2 = 9 \text{ см}$$

$$r_3 = 15 \text{ см}$$

$$E_1 = ? \quad E_2 = ? \quad E_3 = ?$$

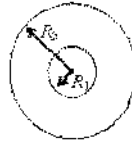


Рис. 1.6. До визначення напруженості електричного поля системи двох концентричних сфер

Вказівки до розв'язання

Випадок а):

1) Побудуйте сферичну поверхню радіусом $r_1 = 5$ см і запишіть вираз для потоку вектора зміщення через цю поверхню.

2) Застосуйте теорему Гауса, враховуючи, що заряд усередині поверхні дорівнює нулю.

Випадок б):

1) Побудуйте сферичну поверхню радіусом $r_2 = 9$ см і запишіть вираз для потоку вектора зміщення через цю поверхню.

- 2) Застосуйте теорему Гауса, врахувавши, що усередині побудованої поверхні знаходиться заряд q_1
- 3) Розрахуйте D і E .

Випадок в):

- 1) Побудуйте сферичну поверхню радіусом $r_3 = 15$ см і запишіть вираз для потоку вектора зміщення через цю поверхню.
- 2) Застосуйте теорему Гауса, враховуючи, що усередині поверхні знаходиться заряд:

$$q = q_1 - q_2$$

- 3) Розрахуйте D і E .

Завдання 1.3. По металевій сфері $R = 20$ см рівномірно розподілений заряд $Q = 10$ нКл. Знайти потік вектора напруженості через площу сфери $S = 20$ см².

Дано:

$$R = 20 \text{ см}$$

$$Q = 10 \text{ нКл}$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

+ +

E

Рис. 1.7. До визначення потоку вектора напруженості електричного поля рівномірно зарядженої металеві сфери

Вказівки до розв'язання

- 1) Запишіть вираз для потоку вектора зміщення через сферичну поверхню радіусом R .
- 2) Застосуйте теорему Гауса, прирівнявши потік до заряду, що розподілений по сфері, і знайдіть D .
- 3) Розрахуйте потік вектора зміщений через поверхню S .
- 4) Розрахуйте потік вектора, напруженості через поверхню S , врахувавши зв'язок між вектором зміщення і вектором напруженості.

Завдання 1.4. Суцільна парафінова куля радіусом $R_1 = 10$ см рівномірно заряджена з об'ємною густиною $\rho = 1 \frac{\text{мкКл}}{\text{см}^3}$. Визначити потенціал електричного поля на поверхні кулі з внутрішнього боку кулі і на відстані $R_2 = 12$ см від центра кулі.

$$\begin{aligned} \text{Дано:} & \quad \text{СІ} \\ R_1 = 10 \text{ см} & \quad = \\ \rho = 1 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^3} & \quad = \\ \varepsilon = 3 & \quad = \\ \frac{R_2 = 12 \text{ см}}{F = ?} & \quad = \end{aligned}$$

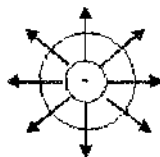


Рис. 1.8. До визначення потенціалу електричного поля кулі

Вказівки до розв'язання

Випадок а):

1) Оточіть кулю сферичною поверхнею радіусом R_1 і запишіть вираз для потоку вектора зміщення через цю поверхню.

2) Згідно з теоремою Гауса цей потік дорівнює заряду, що зосереджений усередині кулі. Знайдіть цей заряд, використовуючи значення об'ємної густини заряду.

3) Застосуйте теорему Гауса і знайдіть значення вектора зміщення D_1 .

4) Знайдіть E_1^H .

5) Застосовуючи градієнтне співвідношення між напруженістю і потенціалом, знайдіть і розрахуйте φ_1 .

Випадок б):

1) Оточіть кулю сферичною поверхнею радіусом R_2 і запишіть вираз для потоку вектора зміщення через цю поверхню.

2) Через те, що усередині цієї поверхні знаходиться заряд q , зосереджений у кулі, вираз для якого знайдений у випадку а) застосуйте теорему Гауса, використовуючи відомий вираз для q .

3) Знайдіть вектор зміщення D_2 .

4) Знайдіть напруженість E_2 .

5) Застосовуючи градієнтне співвідношення між напруженістю і потенціалом, знайдіть і розрахуйте φ_2 .

Завдання 1.5. Нескінченно довгий тонкий провід рівномірно заряджений по всій довжині. Розрахувати лінійну густину заряду якщо напруженість E поля на відстані $r = 0,5$ м від проводу навпроти його середини дорівнює 200 В/м.

Дано:
$r = 0,5 \text{ м}$
$E = 200 \text{ В/м}$
...?

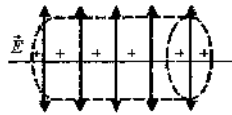


Рис. 1.9. До розрахування лінійної густини заряду нескінченно довгого рівномірно зарядженого тонкого проводу

Вказівки до розв'язання

1) Побудуйте співвісний зі стержнем циліндр довжиною l і радіусом r . У кожній точці бічної поверхні циліндра напруженість поля однакова і дорівнює заданій. Для визначення напруженості скористайтесь співвідношенням для E прикладу 1.4, в яке замість підставте лінійну густину заряду m .

2) З останньої рівності виразіть m і розрахуйте лінійну густину заряду.

Розділ 2. Постійний струм

Приклад 2.1. Три джерела струму з е.р.с. $\varepsilon_1 = 11 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$ і три реостата з опорамі $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$ з'єднані, як показано на рис. 2.1. Визначити сили струмів у реостатах. Внутрішнім опором джерел струму можна знехтувати.

Дано:

$\varepsilon_1 = 11 \text{ В}$
$\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$
$\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$
$R_1 = 5 \text{ Ом}$
$R_2 = 10 \text{ Ом}$
$R_3 = 2 \text{ Ом}$
$I_1 = ?$, $I_2 = ?$, $I_3 = ?$

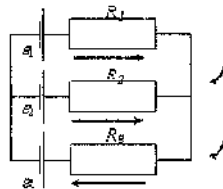


Рис. 2.1. До визначення сили струмів у реостатах

Розв'язання:

Розв'язок задач даного типу виконують за наступними діями:

- 1) виділяємо замкнені контури схеми;
- 2) довільно розподіляємо напрямки струмів;
- 3) вказуємо напрям обходу контуру;

4) записуємо II правило Кірхгофа для кожного із замкнених контурів; у том) разі струм вважається додатнім, якщо його напрям співпадає з напрямом обходу контуру, е.р.с. вважається додатною, якщо напрям обходу співпадає з напрямом підвищення потенціалу в джерелі струму;

5) якщо записаних незалежних рівнянь менше, ніж невідомих величин, доповнюємо систему рівнянням I правила Кірхгофа.

Для схеми на рис. 2.1 маємо:

II правило Кірхгофа для контуру $\varepsilon_1 R_1 R_2 \varepsilon_2$:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2, \quad (2.1)$$

II правило Кірхгофа для контуру $\varepsilon_2 R_2 R_3 \varepsilon_3$:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3, \quad (2.2)$$

II правило Кірхгофа для контуру $\varepsilon_1 R_1 R_3 \varepsilon_3$:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3. \quad (2.3)$$

Рівняння (2.1) можна отримати відніманням рівняння (2.2) від рівняння (2.3), тому з рівнянь (2.1), (2.2), (2.3) незалежними є тільки два: (2.2) і (2.3). Для отримання третього незалежного рівняння системи запишемо I правило Кірхгофа для вузла A;

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (2.4)$$

Підставимо з рівняння (2.2—2.4), числові дані і об'єднаємо їх у систему

$$\begin{cases} 0 \cdot I_1 + 10 \cdot I_2 + 2I_3 = -2 \\ 5 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 2 \cdot I_3 = 5 \\ 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Систему (2.5) розв'яжемо методом Крамера. Для цього визначимо головний і допоміжний детермінанти:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 10 & 2 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 80 \quad \text{головний детермінант}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & 10 & 2 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 64 \quad \text{I допоміжний}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 5 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -24 \quad \text{II допоміжний}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0 & 10 & -2 \\ 5 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 40 \quad \text{III допоміжний.}$$

Тоді
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}. \quad (2.6)$$

$$I_1 = \frac{64}{80} = 0,8 \text{ (A)}; I_2 = \frac{-24}{80} = -0,3 \text{ (A)}; I_3 = \frac{40}{80} = 0,5 \text{ (A)}$$

Приклад 2.2. Сила струму в провіднику опором $R = 100$ Ом рівномірно зростає від $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 10$ А за час $\tau = 30$ с. Визначити кількість теплоти Q , що виділяється за цей час в провіднику.

Дано:

$$R = 100 \text{ Ом}$$

$$I_0 = 0 \text{ А}$$

$$I_{\max} = 10 \text{ А}$$

$$\tau = 30 \text{ с}$$

$$Q = ?$$

$Q = ?$

Розв'язання:

Через те, що сила струму рівномірно зростає від початкового значення $I_0 = 0$, залежність сили струму від часу є лінійною і має вигляд:

$$I = kt, \quad (2.7)$$

де k — коефіцієнт пропорційності. Визначити k можна за значенням максимальної сили струму і часу, протягом якого сила струму набула максимального значення: $I_{\max} = kt$, звідки:

$$k = \frac{I_{\max}}{\tau}. \quad (2.8)$$

Для знаходження кількості теплоти, що виділяється в провіднику, скористаємося законом Джоуля-Ленца, записаним у диференціалах:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (2.9)$$

Підставивши в рівність (2.9) вираз (2.7) для сили струму, маємо:

$$dQ = k^2 R t^2 dt, \quad (2.10)$$

звідки:
$$Q = k^2 R \int_0^{\tau} t^2 dt = \frac{I_{\max}^2}{\tau^2} \cdot R \cdot \frac{\tau^3}{3} = \frac{1}{3} I_{\max}^2 \cdot R \cdot \tau. \quad (2.11)$$

Завдання для самостійної роботи

Завдання 2.1. Визначити силу струму I_3 в резисторі опором R_3 і напругу U_3 на кінцях резистора, якщо $\varepsilon_1 = 4$ В, $\varepsilon_2 = 3$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 1$ Ом. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

Дано:

$\varepsilon_1 = 4$ В
$\varepsilon_2 = 3$ В
$R_1 = 2$ Ом
$R_2 = 6$ Ом
$R_3 = 1$ Ом
$I_3 = ?$

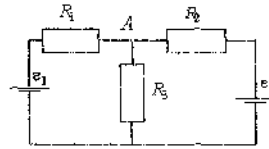


Рис. 2.2. До визначення сили струму в резисторі

Вказівки до розв'язання

- 1) Довільно позначте нарис. 2.2 напрями струмів, укажіть напрямок обходу контурів. Запишіть рівняння її правила Кірхгофа $\varepsilon_1 R_1 R_3$.
- 2) Запишіть рівняння її правила Кірхгофа для контуру $R_3 R_2 \varepsilon_2$.
- 3) Запишіть рівняння I правила Кірхгофа для вузла А.
- 4) Об'єднайте рівняння в систему, підставивши в рівняння дані умови.
- 5) Знайдіть головний детермінант.
- 6) Знайдіть допоміжний детермінант Δ_3 .
- 7) Визначте силу струму; визначте напругу.

Завдання. 2.2. Знайти значення і напрям струму через опір R_3 , якщо відомі е.р.с. джерел струму $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом і $R_3 = 5$ Ом. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

Дано:

$\varepsilon_1 = 1,5$ В
$\varepsilon_2 = 3,7$ В
$R_1 = 10$ Ом
$R_2 = 20$ Ом
$R_3 = 5$ Ом
$I_3 = ?$

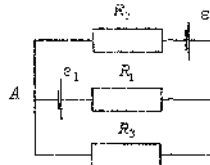


Рис. 2.3. До визначення значення і напрямку струму

Вказівки до розв'язання

1) Довільно позначте на рисунку напрями струмів T_u , T_2 , I_3 , вкажіть напрям обходу контурів; запишіть рівняння II правила Кірхгофа для контуру $R_2 \varepsilon_2 R_1 \varepsilon_1$.

2) Запишіть рівняння II правила Кірхгофа для контуру $\varepsilon_1 R_1 R_3$.

3) Запишіть рівняння I правила Кірхгофа для вузла A.

4) Об'єднайте рівняння в систему, підставивши в рівняння попередньо дані умови.

5) Знайдіть головний детермінант.

6) Знайдіть допоміжний детермінант Δ_3 .

7) Шукана сила струму I_3 дорівнює: $I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$.

Завдання 2.3. Сила струму в провіднику рівномірно зростає від 0 до максимального значення протягом $\tau = 10$ с. Визначити максимальне значення сили струму, якщо за 10 с по провіднику пройшов заряд $q = 30$ Кл.

Дано:

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$q = 30 \text{ Кл}$$

$$I_0 = 0 \text{ А}$$

$$I = ?$$

Вказівки до розв'язання

1) Запишіть вираз (2.7) для залежності сили струму від часу.

2) Виразіть коефіцієнт k через максимальне значення сили струму і час τ .

3) Враховуючи, що сила струму є похідною від заряду за часом, запишіть вираз для dq .

4) Підставте в цей вираз замість сили струму I залежність $I = kt$ і проінтегруйте його в межах від 0 до τ .

5) Виразіть з останньої рівності k .

6) Порівнюючи праві частини двох отриманих виразів для k , знайдіть максимальне значення сили струму.

Розділ 3. Теорема ерота магнітну напругу

Приклад 3.1. По довгому, нескінченному прямолінійному провіднику радіусом R проходить однорідно розподілений струм з постійною густиною j силою струму I . Визначте індукцію магнітного поля:

1) ззовні провідника;

2) усередині провідника.

Випадок а):

Дано:

$$I; j; R; r_1 > R$$

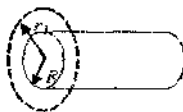
$$B - ?$$


Рис. 3.1. До визначення індукції магнітного поля зовні нескінченно довгого прямолінійного провідника

Розв'язання:

Охопимо вісь провідника концентричним колом радіуса $r_1 > R$.

За означенням, циркуляція вектора напруженості магнітного поля вздовж контура радіуса r_1 дорівнює: $\oint_{L_1} \vec{H} d\vec{l} = H \cdot 2\pi \cdot r_1$. За теоремою

про магнітну напругу, циркуляція вектора H дорівнює охопленому контуром струму, тобто I : $\oint_{L_1} \vec{H} d\vec{l} = I$. Порівняємо праві частини

останніх двох різностей: $H \cdot 2\pi \cdot r_1 = I$; тоді: $H = \frac{I}{2\pi \cdot r_1}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r_1}$.

Випадок б):

Дано:

$$I; j; R; r_1 > R$$

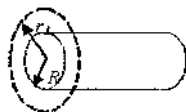
$$B - ?$$


Рис. 3.2. До визначення індукції магнітного поля усередині нескінченно довгого прямолінійного провідника

Розв'язання:

Виділимо усередині провідника контур радіусом $r_2 < R$. Охоплен

ний контуром r_2 струмом I_0 : $I_0 = I \cdot \frac{\pi \cdot r_2^2}{\pi \cdot R^2} = I \cdot \frac{r_2^2}{R^2}$. Згідно означенню

циркуляція вектора напруженості магнітного поля \vec{H} уздовж контуру радіусом r_2 дорівнює: $\oint_{L_2} \vec{H} d\vec{l} = H \cdot 2\pi \cdot r_2$. Згідно з теоремою про

магнітну напругу циркуляція векторів \vec{H} уздовж контуру радіусом r_2 дорівнює охопленому струму I_0 : $\oint_{L_2} \vec{H} d\vec{l} = I \cdot \frac{r_2^2}{R^2}$. Порівнюючи праві

частини останніх двох рівностей, маємо: $H \cdot 2\pi \cdot r_2 = I \frac{r_2^2}{R^2}$, звідки:

$$H = \frac{I \cdot r_2}{2\pi \cdot R^2}; \quad B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r_2}{2\pi \cdot R^2}.$$

Приклад 3.2. По обмотці соленоїда довжиною l , який має N витків, проходить струм силою I . Визначити індукцію поля в соленоїді.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} N; I; l \\ B - ? \end{array} \right|$$

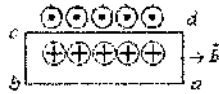


Рис. 3.3. До визначення індукції магнітного поля в соленоїді

Розв'язання:

Охопимо витки соленоїда замкненим контуром у вигляді прямокутника $abcd$. Згідно означенню циркуляції вектора напруженості магнітного поля, циркуляція вздовж контура $abcd$ може бути визначена як сума складових уздовж кожної зі сторін контуру $abcd$:

$$\oint_{abcd} \vec{H} d\vec{l} = \int_a^b \vec{H} d\vec{l} + \int_b^c \vec{H} d\vec{l} + \int_c^d \vec{H} d\vec{l} + \int_d^a \vec{H} d\vec{l}. \quad \text{Складовою} \quad \int_a^b \vec{H} d\vec{l}$$

уздовж сторони ab можна знехтувати через те, що магнітне поле зовні соленоїда є слабким, порівняно з магнітним полем усередині соленоїда. Складові $\int_b^c \vec{H} d\vec{l}$ і $\int_d^a \vec{H} d\vec{l}$ дорівнюють нулю через

те, що bc і cd перпендикулярні до вектора напруженості \vec{H} . Тоді:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int_c^d \vec{H} d\vec{l} = H \cdot \int_c^d dl = H \cdot l. \quad \text{Згідно з теоремою про магнітну}$$

напругу циркуляція вектора вздовж контура $abcd$ дорівнює охопленому контуром струму $N \cdot I$: $H \cdot l = N \cdot I$, звідки: $H = \frac{N \cdot I}{l}$;

$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$. У випадку, коли усередині соленоїда знаходиться ферромагнітне осердя з магнітною проникністю μ , індукція магнітного

поля збільшується в μ разів: $B = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot N \cdot I}{l} = \mu \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I$, де $n = \frac{N}{l}$ — кількість витків на одиницю довжини.

Завдання для самостійної роботи

Завдання 3.1. По обмотці соленоїда без осердя, який має $N = 10^3$ витків, проходить струм $I = 20$ А. Розрахувати циркуляцію вектора магнітної індукції вздовж криволінійних контурів, зображених на рис. 3.5 — 3.6.

Випадок а)

Дано:

$$N = 10^3$$

$$I = 20 \text{ А}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = ?$$



Рис. 3.4. До визначення циркуляції вектора магнітної індукції усередині соленоїда

Вказівки до розв'язання

1) Розрахуйте циркуляцію вектора \vec{H} за теоремою про магнітну напругу, враховуючи, що охоплений контуром $abcd$ струм дорівнює нулю.

2) Розрахуйте циркуляцію вектора \vec{B} , враховуючи співвідношення між вектором індукції і напруженості магнітного поля.

Випадок б):

Дано:

$$N = 10^3$$

$$I = 20 \text{ А}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = ?$$

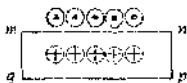


Рис. 3.5. До визначення циркуляції вектора магнітної індукції ззовні соленоїда

Вказівки до розв'язання

1) Визначте циркуляцію вектора \vec{H} уздовж контура $mnpq$ за теоремою про магнітну напругу, враховуючи, що контур $mnpq$ охоплює N витків.

2) Розрахуйте циркуляцію вектора \vec{B} , враховуючи співвідношення між вектором індукції і напруженості магнітного поля.

Завдання 3.2. По перерізу провідника рівномірно розподілений струм густиною $j = 2 \frac{MA}{M^2}$. Знайти циркуляцію вектора напруженості вздовж кола радіусом $R = 5$ мм, яке проходить усередині провідника і орієнтоване так, що площина складає кут $\alpha = 30^\circ$ з вектором густини струму (рис. 3.8).

Дано:

$$j = 2 \frac{MA}{M^2}$$

$$R = 5 \text{ мм}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = ?$$

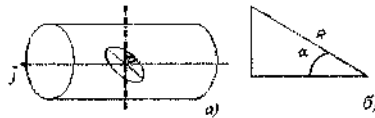


Рис. 3.6. До визначення циркуляції магнітного поля усередині провідника зі струмом

Вказівки до розв'язання

1) Розрахуйте значення R_n згідно з рис. 3.7 б) визначте $\Delta S_n = \pi \cdot R_n^2$.

2) Знайдіть охоплений контуром площини ΔS_n струм I_o , використовуючи значення густини струму $j = \frac{I_o}{\Delta S_n}$.

3) Розрахуйте циркуляцію вектора напруженості H за теоремою про магнітну напругу.

Завдання 3.3. По однорідному прямому провіднику, який в перерізі має коло радіуса R , протікає струм густиною j . Знайти модуль вектора індукції магнітного поля струму в точці, положення якої відносно осі провідника визначається вектором r . Магнітну проникливість вважати всюди однаковою і рівною одиниці.

Випадок а):

Т. А, в яку проведений радіус-вектор \vec{r} , знаходиться усередині провідника.

$$\begin{array}{|l} \text{Дано:} \\ R; j; r; \mu = 1 \\ \hline B = ? \end{array}$$

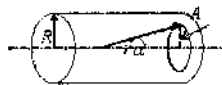


Рис. 3.7. До визначення значення вектора магнітної індукції усередині провідника зі струмом

Вказівки до розв'язання

- 1) Знайдіть відрізок I_0 з геометричної побудови.
- 2) Розрахуйте; циркуляцію вектора напруженості \vec{H} по контуру радіусом r_0 за означенням і за теоремою про магнітну напругу, врахуйте, що охоплений контуром радіуса r_0 струм дорівнює добутку площі круга радіусом r_0 і густини струму; із записаних рівностей й знайдіть $H \setminus V$.

Випадок б):

т. А, в яку проведений радіус-вектор \vec{r} , знаходиться ззовні провідника.

Дано:

$R; j; r; \mu = 1$
$B = ?$

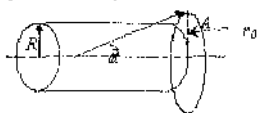


Рис. 3.8. До визначення індукції магнітного поля ззовні провідника

Вказівки до розв'язання

- 1) Знайдіть відрізок r_0 .
- 2) Розрахуйте циркуляцію вектора \vec{H} по контуру радіусом r_0 за означенням і за теоремою про магнітну напругу.
- 3) Прирівнюючи праві частини отриманих рівностей, розрахуйте H і B .

Література

1. Наказ Міністерства освіти і науки України під 23.01.2004 р. № 49 «Про затвердження Програми дії щодо реалізації положень Болонської декларації в системі вищої освіти і науки України на 2004—2005 роки»,
2. Журавський В, С, Згуровський М. З. Болонський процес: головні принципи входження із Європейський простір вищої освіти.— К.: ІВЦ вид-ва «Політехніка», 2003.— 200 с
3. Гончаренко С. Фундаментальність професійної освіти — погребча часу // Професійно-технічна освіта.--2005.— № 1.— С. 5— 6.
4. Кадемія М. Сучасні методи та інноваційні технології навчання // Професійно-технічна освіта.- - 2004.— № 2,— С. 49— 51.
5. Радкевич В. Інноваційні процеси у сучасній професійній школі // Професійно-технічна освіта.— 2005.— № 1.— С 9—11.
6. Жданов В. Інформаційно-комп'ютерні технології у підготовці майбутніх радіотехніків // Професійно-технічна освіта.— 2003.— № 4.— С. 24—28.
7. www.bondGraf.com.
8. Савченко В. С, Мушегян Х. С Застосування елементів теорії графів при викладанні фізики. Викладання фізики в школі: 36. наук.-метод. праць/Заред. Є. В. Коршака.— К.: Рад, шкю., 1969.— С 95—98.

9- Швець В. Д. Основи механіки; Інтерактивний посібник // www.e.iatp.org.ua/arutor

10. Половина /*І. І.*, Швець В. Д. Механіка: Навч.-метод, посіб. для студ. з особл. потребами.— К.: Ун-т «Україна».— 2003.

11. Швець В. Д. Елементи статистичної фізики: Навч.-метод, посіб. для студ. і особл. потребами.— К.: Ун-т «Україна».— 2003.

12. Половина Т.П., Швець В. Д. Інтенсифікація навчального процесу з використанням друкованої основи // Наукові записки. Сер. «Педагогічні науки»; 36. наук. праць (Кіровоградський держ. пед. ун-т ім. В. Винниченка).— К., 2002.— Вип. 42.— С 81—84.

13. Швець В. Д. Програмування навчальної діяльності студентів з особливими потребами при вивченні розділу «Механіка» // Актуальні проблеми навчання та виховання людей з особливими потребами: 36. наук. праць (Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна»).— К., 2004.— С. 258—268.

Ключові слова: електродинаміка, алгоритм, системний підхід.

Keywords: electrodynamics, algorithm, systems.